Γεωμετρία

Ερωτήσεις αντιστοίχησης

1. ***** Στη στήλη Α του παρακάτω πίνακα αναφέρονται τα μήκη των πλευρών τεσσάρων τετραγώνων. Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης Α με το στοιχείο της στήλης Β που αντιστοιχεί στο μήκος της διαγωνίου του.

στήλη Α ***Μήκος πλευράς τετραγώνου***	**στήλη Β** ***Μήκος διαγωνίου τετραγώνου***
1. 4α	**Α.** $\sqrt{10}\,\alpha$
2. $\sqrt{72}\,\alpha$	**Β.** 6α
3. $4\sqrt{2}\,\alpha$	**Γ.** 8α
4. $\sqrt{5}\,\alpha$	**Δ.** $4\sqrt{2}\,\alpha$
	Ε. 12α
	ΣΤ. $\sqrt{6}\,\alpha$

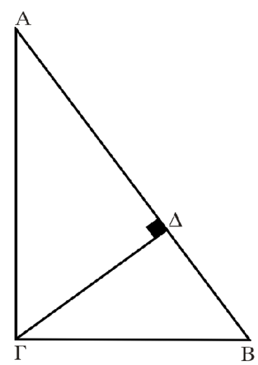
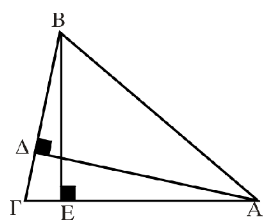
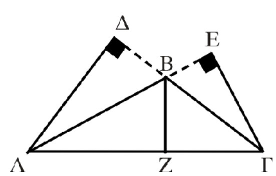
1	**2**	**3**	**4**

2. ***** Στη στήλη Α έχουμε είδη μιας γωνίας τριγώνου ΑΒΓ και στη στήλη Β σχέσεις μεταξύ των πλευρών του. Να αντιστοιχήσετε σε κάθε γωνία της στήλης Α την αντίστοιχη σχέση από τη στήλη Β.

στήλη Α	**στήλη Β**
1. $A = 90°$ **2.** $A < 90°$ **3.** $B = 90°$ **4.** $B < 90°$	**Α.** $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$ **Β.** $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ **Γ.** $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$ **Δ.** $\alpha^2 + \gamma^2 = \beta^2$ **Ε.** $\gamma^2 - \beta^2 > \alpha^2$ **Ζ.** $\beta^2 < \gamma^2 + \alpha^2$ **Η.** $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$

1	**2**	**3**	**4**

3. * Από κάθε σχήμα της στήλης Α προκύπτει μια σχέση της στήλης Β. Να αντιστοιχήσετε κάθε σχήμα της στήλης Α με την αντίστοιχη σχέση της στήλης Β.

	στήλη Α	**στήλη Β**
1.	 	**Α.** $Γ\Delta^2 = Α\Delta.\Delta Β + ΑΒ.ΒΓ$ **Β.** $Α\Delta^2 + Β\Delta^2 = ΑΕ^2 + ΕΒ^2$ **Γ.** $ΑΒ^2 = Α\Delta^2 + Β\Delta^2 + Β\Delta.Α\Delta$
2.	 	**Δ.** $ΑΓ^2 - ΒΓ^2 = Α\Delta^2 - Β\Delta^2$ **Ε.** $ΑΒ^2 = ΒΓ^2 + ΑΓ^2 + 2ΒΓ.\DeltaΓ$
3.	 	**Ζ.** $Α\Delta^2 + Γ\Delta^2 = ΑΕ^2 + ΕΓ^2$

1	2	3

4. * Στο επίπεδο του κύκλου (Ο, R) παίρνουμε σημείο Σ που απέχει απόσταση δ από το κέντρο Ο του κύκλου. Φέρνουμε από το σημείο Σ ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Α και Β. Να αντιστοιχήσετε κάθε θέση του σημείου Σ που περιγράφεται στη στήλη Α με την αντίστοιχη τιμή του γινομένου ΣΑ·ΣΒ που βρίσκεται στη στήλη Β.

στήλη Α ***Το σημείο είναι:***	**στήλη Β** ***Τιμή του γινομένου ΣΑ·ΣΒ***
1. εσωτερικό του κύκλου	**Α.** $\delta^2 - R^2$
	Β. $R^2 - \delta^2$
2. εξωτερικό του κύκλου	**Γ.** 0
3. πάνω στο κέντρο	**Δ.** δ^2
	Ε. R^2
4. πάνω στον κύκλο	**Ζ.** $R^2 + \delta^2$

1	**2**	**3**	**4**

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

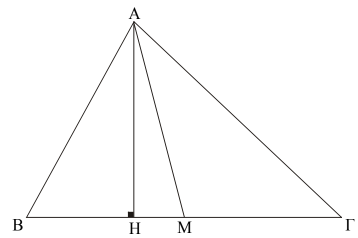
1. ***** Με βάση το διπλανό σχήμα, όπου ΑΗ ύψος και ΑΜ διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να συμπληρωθούν οι ισότητες:

i. $ΑΓ^2 = ΑΜ^2 + ΜΓ^2 + 2ΜΓ$ ....

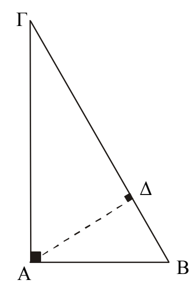
ii. $ΑΜ^2 = ΑΗ^2 +$ ……

iii. $ΑΓ^2 - ΑΒ^2 =$ ……

iv. $2ΑΜ^2 = ΑΓ^2 + ΑΒ^2$ ....

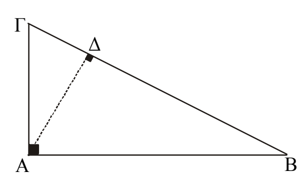


2. ***** Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος να συμπληρωθεί ο πίνακας:



ΑΒ	3
ΑΓ	4
ΒΓ	
ΓΔ	
ΔΒ	
ΑΔ	

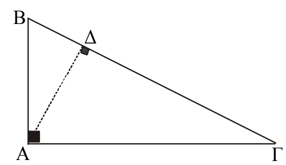
3. ***** Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος να συμπληρωθεί ο πίνακας:



ΔΓ	4

ΑΓ	8
ΒΓ	
ΑΒ	
ΔΒ	
ΑΔ	

4. * Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:



i. $AB^2 = B\Delta \cdot$ ……

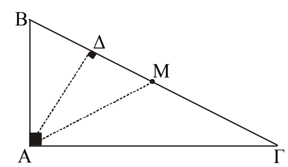
ii. $A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot$ ……

iii. $A\Delta^2 =$ …… · ……

iv. $A\Gamma \cdot AB =$ …… · ……

v. $B\Gamma^2 = (……)^2 + (……)^2$

5. * Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:



i. $AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 +$ ……

ii. $A\Gamma^2 = \Delta\Gamma^2 +$ ……

iii. $A\Gamma^2 = \Delta\Gamma \cdot$ ……

iv. $A\Delta^2 = B\Delta \cdot$ ……

v. $A\Delta^2 = A\Gamma^2$ **-** ……

vi. $AM^2 = A\Delta^2 +$ ……

vii. $2AM^2 = AB^2 + A\Gamma^2$ **-** ……

6. ****** Σε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ ισχύει $AB + A\Gamma = 2 + \sqrt{2}$. Να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά ΑΒ

ii. Τη διαγώνιο ΑΓ

7. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή το Α, έχουμε ΒΓ = 4 cm και ΑΒ = 7 cm. Να υπολογίσετε:

i. Το ύψος ΑΗ

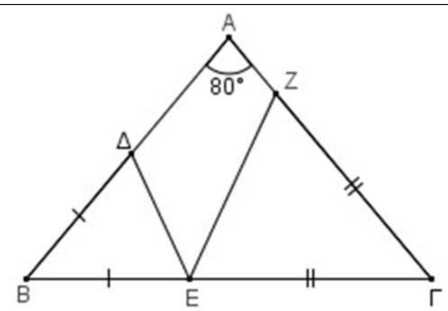
ii. Το ύψος ΒΚ (υπόδειξη : βρείτε πρώτα το εμβαδόν)

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A}$ = 90°) να δειχθεί ότι:

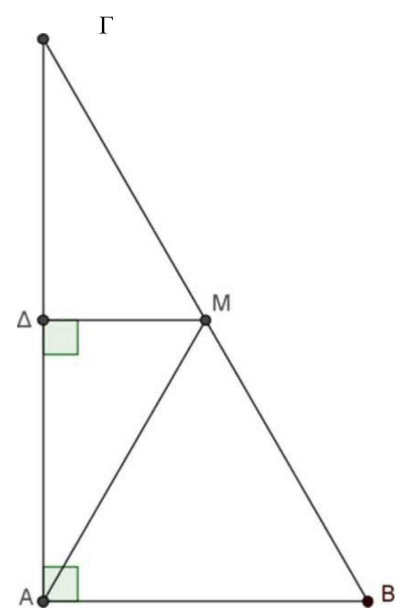
i. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8\mu_\alpha^2$

ii. $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$

9.

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ είναι A = 80°. Παίρνουμε τυχαίο σημείο Ε στην πλευρά ΒΓ και κατόπιν τα σημεία Δ και Ζ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ = ΒΕ και ΓΕ = ΓΖ. α). Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων ΒΔΕ και ΓΖΕ. β). Να υπολογίσετε τη γωνία *ΔΕΖ*.	

10.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90°) με ΒΓ = 8. Έστω ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου και ΜΔ ⊥ ΑΓ. Αν η γωνία Α*ΜΓ* είναι ίση με 120°, τότε : α). Να δείξετε ότι ΑΒ = 4 cm. (Μονάδες 12) β). Να βρείτε το μήκος της ΜΔ. (Μονάδες 13)	

11.

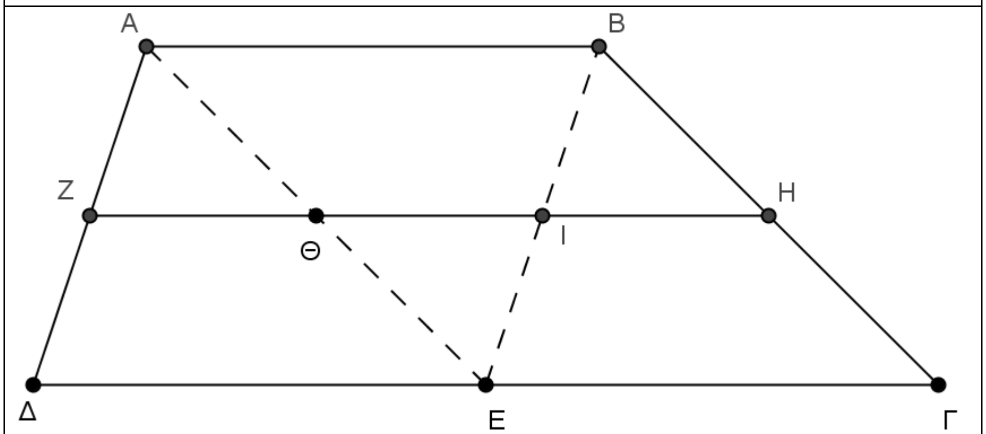
Σε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) είναι ΓΔ = 2·ΑΒ. Επίσης τα Ζ, Η, Ε είναι τα μέσα των ΑΔ, ΒΓ και ΔΓ αντίστοιχα. Ακόμη η ΖΗ τέμνει τις ΑΕ, ΒΕ στα σημεία Θ, Ι αντίστοιχα.

α). Να δείξετε ότι, το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

β). Να δείξετε ότι, τα σημεία Θ, Ι είναι μέσα των ΑΕ, ΒΕ αντίστοιχα.

γ). Να δείξετε ότι ΖΗ = $\frac{3}{2}$ *·ΑΒ.*



12.

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και το ύψος του ΑΗ. Αν Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα,
τότε να αποδείξετε ότι:

α) ΔΕ // ΒΓ.

8 Μ

β) $\mathrm{H\Delta} = \frac{\mathrm{AB}}{2}$.

8 Μ

γ) το ΔΕΖΗ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

13.

Το τρίγωνο ΑΒΓ, με πλευρές ΑΓ = 20 και ΒΓ = 25, και ΑΒ = 15 και ΑΔ το ύψος του τριγώνου. να υπολογιστούν :
Β1. Να βρείτε το είδος του τριγώνου.
(μ 8)
Β2. Να υπολογίσετε το τμήματα ΔΓ και ΔΒ.
(μ 10)
Β3. Να υπολογίσετε την διάμεσο ΑΜ.

14.
Αν η διάμεσος ΑΜ τριγώνου ΑΒΓ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο Ε, να αποδείξετε ότι:

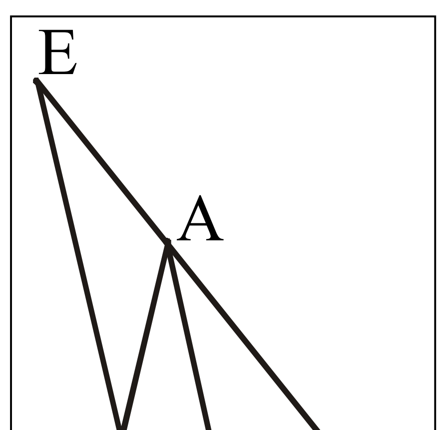
Γ1. $ΑΜ \cdot ΜΕ = ΒΓ^2/4$

Γ2. $ΑΒ^2+ΑΓ^2=2\ ΑΜ \cdot ΜΕ$

15.
Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με πλευρές
ΑΒ = 2, ΒΓ = 6, ΓΔ = 8 και γωνία $Α\hat{Β}Γ = 150^o$.
Να υπολογίσετε :
α) Το εμβαδό (ΑΒΓ) του τριγώνου ΑΒΓ.
β) Το ύψος ΓΕ του τριγώνου ΑΒΓ που αντιστοιχεί στη βάση ΑΒ.
γ) Το εμβαδό (ΑΒΓΔ) του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

<u>ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ</u>
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 1999
<u>ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ :</u>
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο (Θεώρημα εσωτερικής διχοτόμου)



Α. Έστω ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ ενός τριγώνου ΑΒΓ. Από το Β φέρνουμε την παράλληλη προς την ΑΔ και έστω Ε το σημείο τομής της με την ευθεία ΑΓ.

α) Να εφαρμόσετε το θεώρημα του Θαλή στο τρίγωνο ΓΒΕ, για τις παράλληλες ευθείες ΑΔ και ΒΕ.

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές.

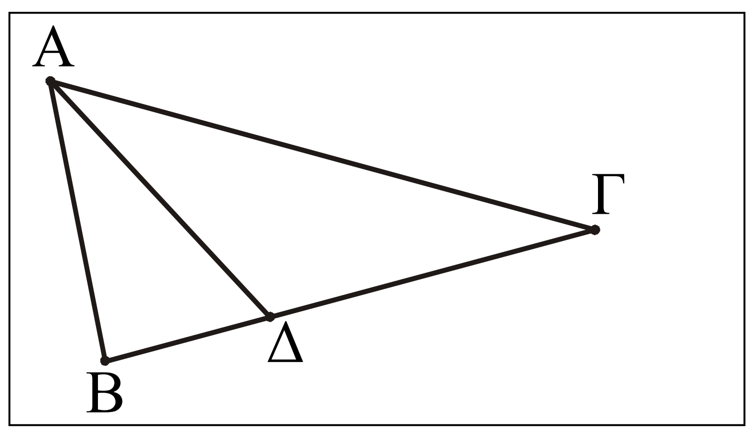
Μονάδες 4

γ) Να αποδείξετε ότι $\frac{ΔΒ}{ΔΓ} = \frac{ΑΒ}{ΑΓ}$.

Μονάδες 3,5

Β. α) Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Αν ΒΔ = 3, ΔΓ = 6 και ΑΓ = 10, τότε η πλευρά ΑΒ είναι ίση με:

Α. 3, Β. 6,
Γ. 4, Δ. 5,
Ε. 7.



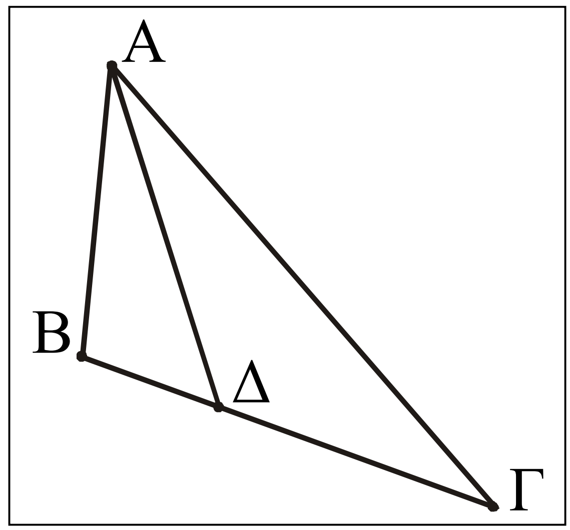
Μονάδες 6,5

β) Στο διπλανό τρίγωνο

ΑΒΓ η ΑΔ είναι διχοτόμος

της γωνίας $\hat{A}$.
Αν ΑΒ = 4,

ΒΓ = 6 και
ΑΓ = 8,
τότε:



Α. ΔΒ = 1 και ΔΓ = 5
Β. ΔΒ = 5 και ΔΓ = 1
Γ. ΔΒ = 3 και ΔΓ = 3
Δ. ΔΒ = 2 και ΔΓ = 4
Ε. ΔΒ = 4 και ΔΓ = 2

Μονάδες 6